

## 18 與 3 共舞…將地雷數字留下來

與數字相關的遊戲多到數不清，有猜數字，請問芳齡，數獨…等，這類遊戲都需要一點算術當基礎，而且它們的設計原理也是在利用一些算術的性質。這裡我們將要介紹一道與算術有關的遊戲。

將

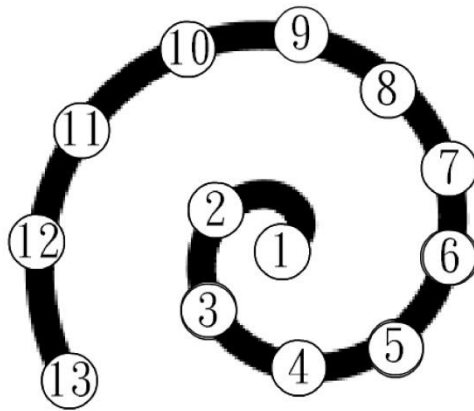
$$1, 2, 3, 4, 5, \dots, 13$$

這 13 個數字讓甲、乙兩人輪流拿取，並計算其總和，拿取規則與輸贏判定如下：

- (1) 每次只能選取一個數字，且選過的數字不能再選。
- (2) 經過六輪選取後，當數字總和為 3 的倍數時，乙贏；非 3 的倍數時，甲贏。

---

問：先玩的甲或後玩的乙有必勝的策略，又其策略為何？



---

這是一道算術遊戲而且必須逆向思考才容易得到誰有必勝的策略，在考慮必勝策略之前，先算一下十三個數字的總和

$$1+2+3+\dots+13=91.$$

從 91 這個數字，你已經看出或者察覺誰有必勝策略了嗎？

站在乙的立場，因為 91 是被 3 除，餘數為 1 的數字，所以乙必須在最後一輪拿取之後讓留下的數字也是被 3 除，餘數為 1 的數字，即

1, 4, 7, 10, 13

等五個數字，稱它們為地雷數字。又因為每人可以拿取 6 個數字，而地雷數字僅有 5 個，所以當甲把這 5 個地雷數字拿走後，後玩的乙就必輸無疑（原因是最後不可能留下地雷數字了）。因此，這道遊戲是先玩的甲有必勝的策略，而其策略就是趕快把被 3 除，餘數為 1 的地雷數字取走。

如果甲在六次拿取中，有兩次忘了取地雷數字，那麼乙可能有機會獲勝，乙只要在六次拿取中不要取地雷數字，最後就會剩下地雷數字，因此獲勝。